

文章编号:1671-251X(2020)05-0028-07

DOI:10.13272/j.issn.1671-251x.2019090088

2种灰色模型在矿区地表沉陷预计中的适用性

石晓宇¹, 张燕海², 杨可明¹, 姚树一¹, 王剑¹

(1. 中国矿业大学(北京)地球科学与测绘工程学院, 北京 100083;
2. 淮北矿业(集团)股份有限公司 通防地测部, 安徽 淮北 235000)



扫码移动阅读

摘要:目前矿区地表单点沉陷动态预计方法主要基于传统的水准测量数据,监测方法单一,成本高,观测点易破坏,不能保证地表形变信息的实时性,且采用灰色模型进行地表沉陷预计时只针对单一模型的应用,没有结合模型自身特点分析其适用性。以袁店二矿7221工作面为试验区域,采用合成孔径雷达差分干涉测量技术监测矿区地表沉陷量,分别建立了描述沉陷量与时间关系的GM(1,1)与灰色Verhulst模型进行地表沉陷量预计,实现了矿区地表沉陷监测与动态预计一体化。通过比较、分析GM(1,1)与灰色Verhulst模型对地表沉陷量的拟合及预计结果,得出了2种灰色模型在矿区地表沉陷预计中的适用性:在矿区开采沉陷开始至活跃前期,若地表单点沉陷量曲线呈近似单峰型,则宜采用GM(1,1)进行短期预计;当矿区地表沉陷进入衰退阶段,单点沉陷量曲线呈平底饱和状态,则宜采用灰色Verhulst模型进行中长期预计。

关键词:开采沉陷;地表沉陷监测;地表沉陷预计;合成孔径雷达差分干涉测量;D-InSAR;灰色模型;GM(1,1);灰色Verhulst模型

中图分类号:TD173 文献标志码:A

Applicability of two grey models in earth-surface subsidence prediction of mining area

SHI Xiaoyu¹, ZHANG Yanhai², YANG Keming¹, YAO Shuyi¹, WANG Jian¹

(1. College of Geoscience and Surveying Engineering, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China; 2. Department of General Defense and Geological Survey, Huaibei Mining(Group) Co., Ltd., Huaibei 235000, China)

Abstract: Existing dynamic single-point subsidence prediction methods of mining area earth-surface are mainly based on traditional leveling measurement data, which have single monitoring mode, high cost and easily destroyed observation points, and cannot guarantee real-time of earth-surface deformation information. Moreover, application of grey model for earth-surface subsidence prediction is only for a single model and its applicability is not analyzed according to characteristics of the model itself. Taking 7221 working face of Yuandian No. 2 Mine as an experimental zone, earth-surface subsidence value is measured by differential interferometry synthetic aperture radar technology, and then GM(1,1) and grey Verhulst model that describe the relationship between subsidence and time are built separately for predicting earth-surface subsidence value, so as to realize the integration of earth-surface subsidence monitoring and dynamic prediction of mining area. Through comparing and analyzing fitting and prediction results of earth-surface subsidence value between GM(1,1) and grey Verhulst model, the applicability of the two grey models in earth-surface subsidence prediction of mining area is obtained: GM(1,1) should be used for short-term prediction from beginning of mining subsidence to early active stage if subsidence value

收稿日期:2019-09-26;**修回日期:**2020-03-31;**责任编辑:**李明。
基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2009QD02);国家自然科学基金资助项目(41971401)。
作者简介:石晓宇(1997—),女,江苏南通人,硕士研究生,研究方向为 InSAR 矿区变形监测与预计,E-mail:2754087017@qq.com。通信作者:杨可明(1969—),男,安徽马鞍山人,教授,博士,研究方向为高光谱遥感、矿山空间信息与沉陷控制,E-mail:ykm69@163.com。
引用格式:石晓宇,张燕海,杨可明,等. 2种灰色模型在矿区地表沉陷预计中的适用性[J]. 工矿自动化,2020,46(5):28-33.
SHI Xiaoyu,ZHANG Yanhai,YANG Keming,et al. Applicability of two grey models in earth-surface subsidence prediction of mining area[J]. Industry and Mine Automation,2020,46(5):28-33.

curve of single point is approximately unimodal; when earth-surface subsidence enters into decline stage and subsidence value curve of single point is in flat-bottom saturation, gray Verhulst model should be used for medium and long-term prediction.

Key words: mining subsidence; earth-surface subsidence monitoring; earth-surface subsidence prediction; differential interferometry synthetic aperture radar; D-InSAR; grey model; GM(1,1); grey Verhulst model

0 引言

煤炭是目前我国主要的供给能源^[1]。地下煤炭资源的大面积开采使得采区周围岩层原始应力平衡被打破^[2],引起岩层移动和变形,不仅直接造成矿区地表沉陷,还会带来一系列潜在的灾害问题。对矿区地表沉陷规律的研究是采矿工程中一个重大课题,其中如何更高效、更系统、更安全地对矿区地表进行沉陷监测与预计备受关注。

地下采煤引起的岩层移动和变形是一个复杂的时空过程,传统的地表沉陷预计方法(如概率积分法、剖面函数法等)仅能获得地表沉陷最终稳定后的空间变化,不能较好地反映开采沉陷随时间变化的动态过程^[3]。众多学者综合考虑因岩体本身复杂性而难以全面研究采煤工作面上覆岩层移动及地表沉陷动态过程的情况,以局部观测点为切入点,建立沉陷区单点沉陷量时间序列模型,从而研究矿区地表动态沉陷规律^[4-6]。GM(1,1)与灰色 Verhulst 模型为灰色系统理论中 2 个基础的时间序列模型,可在小样本、贫信息、不确定性等劣势情况下,鉴别系统因素间发展趋势的相异程度,寻找系统变化规律,并对事物发展趋势作出模糊性的短期、中长期预测^[7-8]。GM(1,1)是用一阶微分方程对 1 个变量建立的模型^[9],主要解决具有指数变化规律的生成序列,只能描述单调变化过程;灰色 Verhulst 模型是由德国生物学家 Verhulst 在研究物种繁殖趋势时提出的一阶非线性动态模型^[10],其基本思想是生物繁殖数量受到周围环境的影响,繁殖曲线会以“S”形呈现,最终达到一个平衡稳定的状态。将这 2 种灰色模型(Grey Model,GM)应用于矿区地表沉陷预计,建立沉陷量时间序列模型,可较好地揭示地表单点连续动态变化的过程,实现地表沉陷动态预计。然而,现有文献只针对 2 种 GM 在矿区沉陷预计方面的应用进行研究,并没有结合模型自身特点,分析和比较二者在矿区地表沉陷预计中的适用性。此外,目前矿区地表单点动态沉陷预计方法主要基于传统的水准测量数据^[11],监测方法单一,成本高,且观测点易破坏,不能保证地表形变信息的实时性。合成孔径雷达差分干涉测量(Differential

Interferometry Synthetic Aperture Radar, D-InSAR)技术通过雷达干涉图的差分获得地表形变信息,以高精度、全天候、连续空间覆盖、实时性等优势成为新兴的形变监测手段,被广泛应用于矿区地表沉陷监测中^[12-15]。将 D-InSAR 技术与 GM 相结合,避免监测与预计独立进行,可较好地形成系统化及模块化流程,实现矿区地表沉陷监测与动态预计一体化。

本文以淮北矿业(集团)股份有限公司袁店二矿 7221 工作面为试验区域,融合 D-InSAR 技术和 GM(1,1)与灰色 Verhulst 模型,通过建立沉陷量与时间的 GM 进行地表沉陷动态预计,实现监测与预计一体化,并针对 2 种 GM 的特点,结合预计结果分析和比较其在矿区地表沉陷预计中的适用性。

1 矿区地表沉陷 D-InSAR 监测

1.1 试验区域与相关数据

袁店二矿 7221 工作面上方地表主要覆盖物为村庄和农田,四邻无其他采掘活动。该工作面为俯斜开采,工作面宽约 110 m,走向长约 544 m,煤层倾角为 10~20°,基岩厚度为 132~162 m,采高为 4.5 m,于 2017-12-06 开始回采,2018-06-03 停采。为了控制地表采动损害在建筑物等安全保护等级范围之内,分别在地表公路或建筑体上设置水准测量与变形监测点,以监测地表及重要建筑物变形情况。但该区域内人工沟渠纵横分布,监测点稀少、空间配置不合理且常被人为破坏,无法准确对重要建筑物进行损害评估。因此,有必要在工作面开采过程中对该区域进行地表沉陷 D-InSAR 监测。

为了尽可能减少 D-InSAR 技术相位失相干对地表沉陷监测结果精度的影响,选取冬季和初春时段(该时段植被萧疏且地物波谱特征无明显变化)的 9 景哨兵卫星(Sentinel-1A)雷达影像作为 D-InSAR 监测的数据源。影像时间为 2017-11-04—2018-02-08,相邻时间间隔(12 d)的影像可以形成 8 个干涉对,见表 1,其中 VV 为同向垂直极化方式,IW 为干涉测量宽幅模式。外部数字高程模型选用分辨率为 90 m 的 SRTM(Shuttle Radar Topography Mission,航天飞机雷达地形测绘使命)数据。

表 1 Sentinel-1A 雷达影像干涉对
Table 1 Interference pairs of Sentinel-1A radar

序号	主影像	辅影像	极化方式	工作模式	垂直基线/m	时间基线/d
1	2017-11-04	2017-11-16	VV	1W	-21.928	12
2	2017-11-16	2017-11-28	VV	1W	-69.648	12
3	2017-11-28	2017-12-10	VV	1W	42.099	12
4	2017-12-10	2017-12-22	VV	1W	92.710	12
5	2017-12-22	2018-01-03	VV	1W	17.242	12
6	2018-01-03	2018-01-15	VV	1W	-60.407	12
7	2018-01-15	2018-01-27	VV	1W	-38.809	12
8	2018-01-27	2018-02-08	VV	1W	-62.156	12

1.2 D-InSAR 监测结果及分析

根据表 1 数据,利用 D-InSAR 技术二轨法获取

8 组 7221 工作面时间序列沉陷分布。为方便分析,以 2017-11-04 雷达影像为参考对象,将各组沉陷量依次累加,即可得到各组时间序列沉陷分布。由于 2017-11-04—28 地形无明显变化,所以仅给出后 6 组时间序列沉陷分布,如图 1 所示。可看出在回采初期(2017-12-06—10),沉陷量为 -10~0 mm。随着工作面推进,进入沉陷发展阶段(图 1(b)—图 1(f)),在 2017-12-22 开始形成下沉盆地,与 7221 工作面推进方向一致。下沉盆地自西南向东北方向扩张,沉陷量和平面范围随之增大。至 2018-02-08,最大沉陷量为 -85 mm,位于 7221 工作面切眼附近,离注浆孔(注 3、注 4、注 5,位于工作面东北部)较近的村庄未发生明显沉陷,说明注浆充填开采工艺有很好的局域减沉效果。

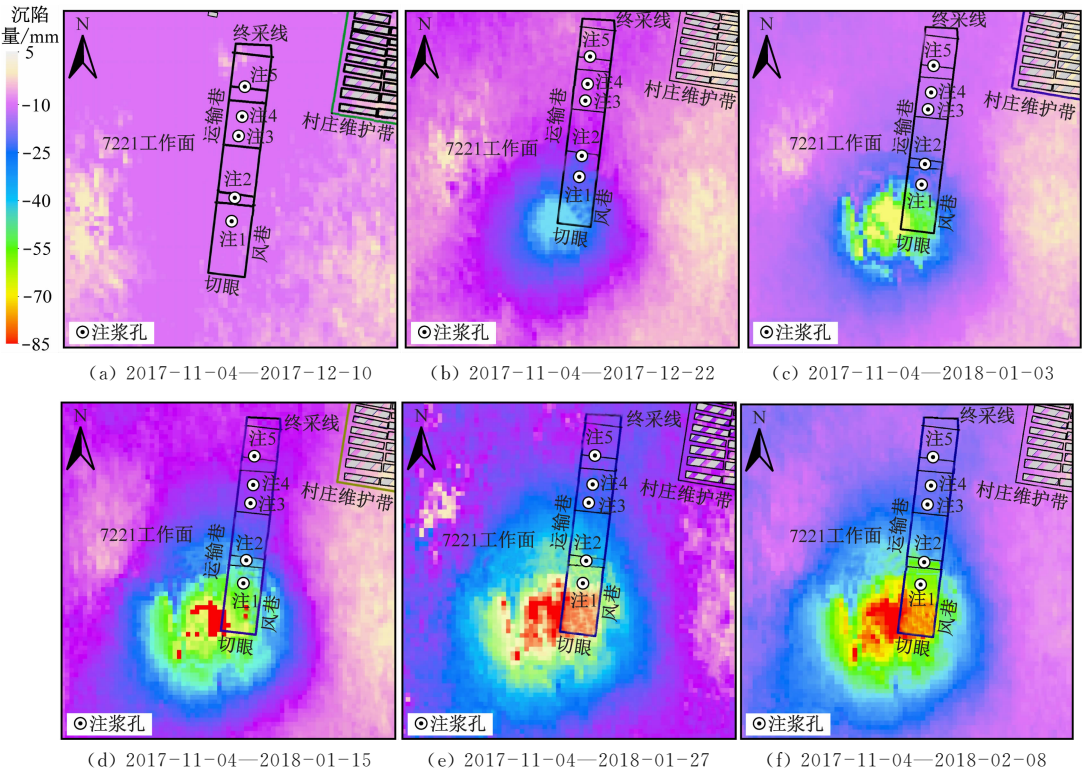


图 1 7221 工作面时间序列沉陷分布

Fig. 1 Subsidence distribution of 7221 working face in time series

为更好地对 D-InSAR 监测结果进行定量研究,提取下沉盆地中沿 7221 工作面倾向 l_1 和走向 l_2 (l_1, l_2 位置如图 2 所示)的沉陷剖面线,如图 3 所示。 l_1 长 807 m,方向为自西向东,设其最西端为零点; l_2 长 1 089 m,方向为自南向北,设其最南端为零点。从图 3(a)可看出,2017-11-04—2018-02-08, l_1 最大沉陷量为 -81 mm,2017-11-28—2018-01-03 沉陷剖面线变陡,沉陷量显著增大,后期进入沉陷衰减阶段,开始微小沉陷。从图 3(b)可看出,2017-11-04—2018-02-08, l_2 最大沉陷量为 -84 mm,

2017-11-28—2018-01-03 沉陷速度较快,动态最大沉陷量不断增加,2018-01-03—02-08 沉陷速度开始衰减,但平面影响范围不断增大。对比图 3(a)和图 3(b)可看出,开采对倾向沉陷影响范围小于走向,且倾向沉陷阶段发育早于走向,下沉盆地近似出现平底状态。

2 GM(1,1)与灰色 Verhulst 模型动态预计

2.1 模型建立与预计

基于 D-InSAR 监测获取的 2017-11-16—2018-

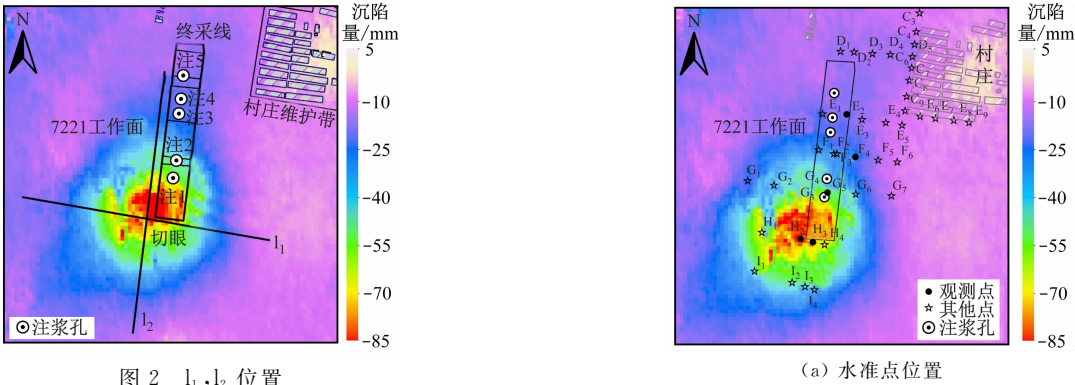
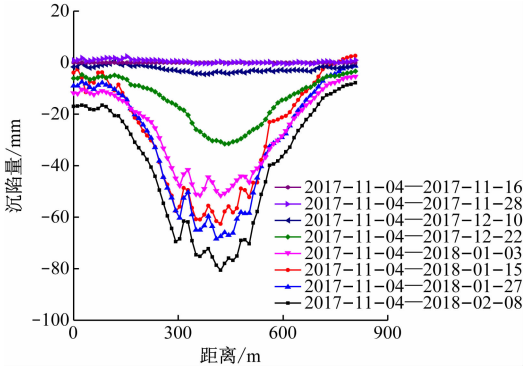
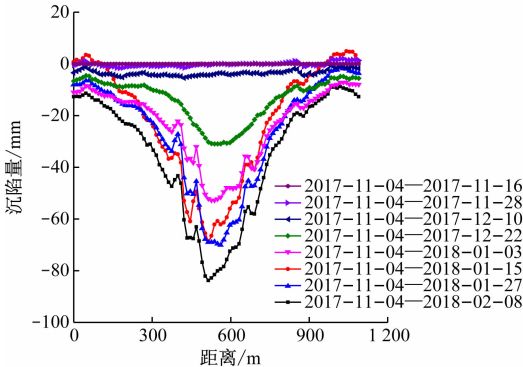


图 2 l_1, l_2 位置
Fig. 2 l_1 and l_2 positions



(a) 倾向 l_1



(b) 走向 l_2

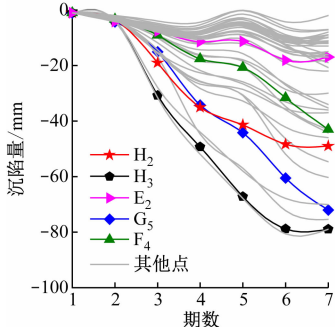
图 3 倾向 l_1 和走向 l_2 沉陷剖面线

Fig. 3 Subsidence profile curves of tendency l_1 and trend l_2
02-08 7221 工作面地表沉陷量,从各期沉陷分布 (以表 1 中干涉对组合为参考,2017-11-16—28 为第 1 期观测数据,2017-11-16—12-10 为第 2 期观测数据,以此类推至 2018-02-08,共 7 期数据)中提取 43 个水准点的像元信息,并绘制沉陷量曲线,如图 4 所示。选取 H_2, H_3, E_2, G_5, F_4 为观测点,对 7 期数据建立 GM(1,1)与灰色 Verhulst 模型方程,获得前 7 期沉陷量拟合值,并预计第 8,9 期(2018-02-20,2018-03-04)沉陷量。1—7 期各观测点沉陷实际值与 2 种 GM 拟合值对比如图 5 所示。

2.2 预计结果精度检验

GM 精度检验一般分为事中检验和事后检验^[16]。事中检验包含残差检验、关联度检验和 后 验 差 检 验。残差检验属于算术检验,定义为模型值与

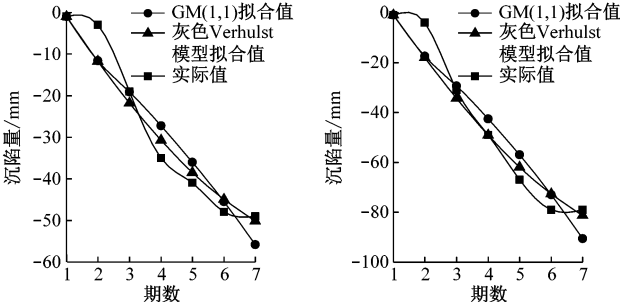
(a) 水准点位置



(b) 各水准点沉陷量曲线

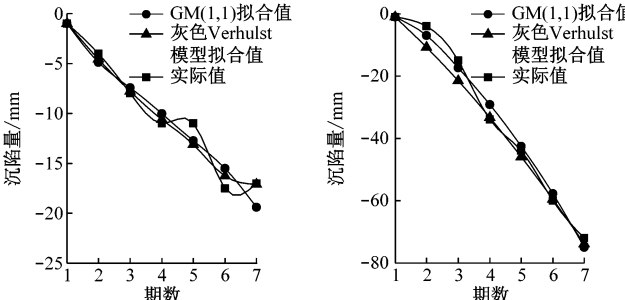
图 4 水准点沉陷量曲线

Fig. 4 Subsidence value curves of leveling points



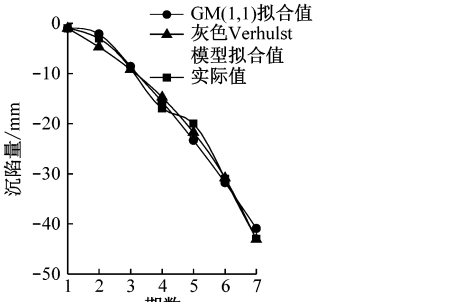
(a) H_2

(b) H_3



(c) E_2

(d) G_5



(e) F_4

图 5 观测点沉陷量曲线

Fig. 5 Subsidence value curves of observation points

实际值之间的差,是一种较为客观的逐点检验法;关联度检验属于几何检验,表征 2 个事物之间的关联程度,关联值越大(越接近 1)则相关性越好,模型等级越高;后验差检验属于统计检验,是按照均方差比值 C 和小误差概率 P 来评估灰色模型优劣, C 越小越好,相反 P 越大越好。事后检验即预测检验,通常采用残差检验和相对误差检验来了解预测误差。本文对于 GM 预计结果的精度检验分为 2 步:采用残差检验、关联度检验和后验差检验对 GM(1,1)和灰色 Verhulst 模型进行拟合精度检验,结果见表 2;对预计的第 8,9 期沉陷值进行残差和相对误差检验,结果见表 3 和表 4。

表 2 GM(1,1)和灰色 Verhulst 模型拟合精度检验

Table 2 Fitting precision checking of GM(1,1) and grey Verhulst model

观测点	GM(1,1)			灰色 Verhulst 模型		
	平均残差/mm	关联度	后验差(C/P)	平均残差/mm	关联度	后验差(C/P)
H ₂	5.125	0.991	0.189/ 0.833	3.766	0.993	0.148/1
H ₃	8.189	0.991	0.162/1	5.183	0.987	0.157/1
E ₂	1.342	0.993	0.139/1	1.022	0.995	0.187/1
G ₅	1.813	0.995	0.058/1	3.062	0.963	0.111/1
F ₄	1.476	0.998	0.081/1	1.022	0.993	0.069/1

表 3 第 8 期沉陷量预计精度检验

Table 3 Prediction precision checking of subsidence value in phase 8

观测点	实际值/mm	GM(1,1)			灰色 Verhulst 模型		
		预计值/mm	残差/mm	相对误差/%	预计值/mm	残差/mm	相对误差/%
H ₂	-57	-67	10	18	-54	-3	5
H ₃	-73	-110	37	51	-88	15	21
E ₂	-22	-21	-1	5	-19	-3	14
G ₅	-113	-95	-18	16	-89	-24	21
F ₄	-52	-51	-1	2	-60	8	15

2.3 预计结果分析

(1) 从图 5(a)、图 5(b)可看出,实际沉陷量曲线后期呈平底饱和状态,此时 GM(1,1)和灰色 Verhulst 模型前期(1,2,3 期)拟合结果差别不大,但后期(4—7 期)灰色 Verhulst 模型较 GM(1,1)收敛快,拟合结果与实际沉陷量吻合较好。图 5(c)中实际沉陷量曲线后期包含非单调摆动过程,使用 GM(1,1)拟合误差较大。图 5(d)、图 5(e)中实际沉陷量曲线呈近似单峰型,GM(1,1)拟合曲线更接近实际值,且后期 GM(1,1)和灰色 Verhulst 模型拟

表 4 第 9 期沉陷量预计精度检验

Table 4 Prediction precision checking of subsidence value in phase 9

观测点	实际值/mm	GM(1,1)			灰色 Verhulst 模型		
		预计值/mm	残差/mm	相对误差/%	预计值/mm	残差/mm	相对误差/%
H ₂	-57	-79	22	38	-58	1	2
H ₃	-75	-131	56	75	-90	15	20
E ₂	-26	-24	-2	8	-20	-6	23
G ₅	-113	-117	4	4	-104	-9	8
F ₄	-63	-62	-1	2	-86	23	37

合结果相差不大。

(2) 从表 2 可看出,观测点 H₂,H₃ 使用灰色 Verhulst 模型拟合结果明显优于 GM(1,1),平均残差分别减小了约 26.5%,36.7%。根据后验差精度等级(表 5),观测点 H₂ 的 GM(1,1)拟合结果只能达到合格,而其灰色 Verhulst 模型拟合结果精度等级达到良好;观测点 G₅ 采用 GM(1,1)拟合时平均残差较灰色 Verhulst 模型减小了 1.249 mm,关联度提高了约 3.2%;观测点 E₂,F₄ 采用 2 种 GM 拟合的效果相近,精度等级均达到良好,且平均残差之差均小于 1 mm。

表 5 后验差精度等级

Table 5 Precision level of posterior error

等级	均方差比值 C	小误差概率 P
良好	$C < 0.35$	$P \geq 0.95$
合格	$0.35 \leq C < 0.5$	$0.8 \leq P < 0.95$
勉强	$0.5 \leq C < 0.65$	$0.7 \leq P < 0.8$
不合格	$C \geq 0.65$	$P < 0.7$

(3) 从表 3、表 4 可看出,采用 GM(1,1)和灰色 Verhulst 模型预计第 8,9 期 5 个观测点的沉陷量时精度与表 2 中拟合精度较一致,证明可根据各点拟合精度(残差、关联度和后验差)选择沉陷预计适用模型。GM(1,1)对观测点 H₃ 的预计误差最大,最大残差绝对值为 56 mm,显然该点沉陷量曲线更适宜选用灰色 Verhulst 模型来描述。灰色 Verhulst 模型对第 8 期观测点 G₅ 的预计精度最低,最大相对误差为 21%,而使用 GM(1,1)预计时残差减少了 6 mm,且相对误差减小了 5%,预计效果更佳。

可见对于单点沉陷曲线后期呈平底饱和状态的观测点(如 H₂,H₃),地表进入沉陷衰退阶段时选用灰色 Verhulst 模型进行沉陷动态预计,精度明显优于 GM(1,1),最大相对误差减少了 55%;地表进入沉陷发展阶段后,对于单点沉陷量曲线呈近似单峰型的观测点(如 G₅,F₄),选用 GM(1,1)预计沉陷量

更合适,最大相对误差可减少 35%。

3 结论

(1) 井下采煤地表移动是一个先加速后减速的过程,即随着工作面推进和开采时间推移,地表点会经历开始移动、剧烈移动、缓慢移动及停止移动 4 个阶段,其移动轨迹是一个随机变化的过程。

(2) 矿山开采沉陷开始至活跃前期,地表单点沉陷量曲线呈近似单峰型,采用 GM(1,1)进行短期预计效果更佳;当矿区地表单点沉陷量曲线呈平底饱和状态,沉陷进入衰退阶段,此时采用灰色 Verhulst 模型预计的结果与实际值误差较小,适用于中长期预计。

(3) GM(1,1)和灰色 Verhulst 模型较传统地表沉陷预计方法而言,是假设地表沉陷历程符合已知时间序列所描述的动态过程,通过先验信息来研究或预测未知领域的时间函数模型,而开采引起的地表沉陷是一个复杂的时空变化过程,仅依靠时间序列模型并不能实现准确预计,后续会将时间序列模型与某种常规静态方法(如概率积分法)相结合,建立更精确的地表任意点动态沉陷预计模型。

参考文献(References):

[1] 王诺,张进,吴迪,等.世界煤炭资源流动的时空格局及成因分析[J].自然资源学报,2019,34(3):487-500.
WANG Nuo, ZHANG Jin, WU Di, et al. The temporal and spatial patterns and causes of coal resource flow in the world[J]. Journal of Natural Resources, 2019, 34(3): 487-500.

[2] 高永格,牛鑫,张强,等.厚松散层下采煤地表沉陷特征研究[J].煤炭科学技术,2019,47(6):192-198.
GAO Yongge, NIU Chu, ZHANG Qiang, et al. Study on surface subsidence characteristics of coal mining under thick loose layer [J]. Coal Science and Technology, 2019, 47(6): 192-198.

[3] 陈博.开采沉陷动态预计方法研究[D].淄博:山东理工大学,2013.
CHEN Bo. Research on dynamic prediction method of mining subsidence[D]. Zibo: Shandong University of Technology, 2013.

[4] 刘玉成,戴华阳.近水平煤层开采沉陷预计的双曲线剖面函数法[J].中国矿业大学学报,2019,48(3):676-681.
LIU Yucheng, DAI Huayang. Hyperbolic function model for predicting the main section surface deformation curve due to approximate horizontal coal seam underground longwall mining [J]. Journal of

China University of Mining and Technology, 2019, 48(3): 676-681.

[5] 闫伟涛,陈俊杰,阎跃观.倾斜煤层开采沉陷预计模型的构建[J].河南理工大学学报(自然科学版),2018,37(3):12-16.
YAN Weitao, CHEN Junjie, YAN Yueguan. Subsidence prediction model construction in inclined coal seam mining [J]. Journal of Henan Polytechnic University (Natural Science), 2018, 37(3): 12-16.

[6] 陈海燕,戎晓力,林阳.矿区开采沉陷预计的改进 BP 神经网络模型[J].金属矿山,2017(4):119-122.
CHEN Haiyan, RONG Xiaoli, LIN Yang. Mining subsidence prediction based on improved BP neural network model [J]. Metal Mine, 2017(4): 119-122.

[7] 邓聚龙.灰色理论基础[M].武汉:华中科技大学出版社,2002.
DENG Julong. Grey theoretical basis [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002.

[8] 潘申运.补偿最小二乘法改进灰色预测模型的应用分析[J].测绘科学,2014,39(11):104-107.
PAN Shenyun. Application of penalized least squares method in gray forecasting model [J]. Science of Surveying and Mapping, 2014, 39(11): 104-107.

[9] 姜刚,杨志强,张贵钢.卡尔曼滤波算法的灰色理论模型在变形监测中的应用[J].测绘科学,2011,36(4):19-21.
JIANG Gang, YANG Zhiqiang, ZHANG Guigang. Application of gray model in deformation monitoring based on Kalman filter method [J]. Science of Surveying and Mapping, 2011, 36(4): 19-21.

[10] 肖海平,陈兰兰.灰色理论模型在矿山变形监测中的应用[J].金属矿山,2009(1):154-155.
XIAO Haiping, CHEN Lanlan. Application of grey theory model in monitoring mine deformation [J]. Metal Mine, 2009(1): 154-155.

[11] 王磊,张鲜妮,陈元非,等.基于 D-InSAR LOS 向变形的开采沉陷预计参数反演方法研究[J].中国矿业大学学报,2017,46(5):1159-1165.
WANG Lei, ZHANG Xianni, CHEN Yuanfei, et al. Method of mining subsidence prediction parameters inversion based on D-InSAR LOS deformation [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2017, 46(5): 1159-1165.

[12] HE Liming, WU Lixin, LIU Shanjun, et al. Mapping two-dimensional deformation field time-series of large slope by coupling D-InSAR-SBAS with MAI-SBAS [J]. RemoteSensing, 2015, 7(9): 12440-12458.

[13] CARNEC C, MASSONNET D, KING C. Two

- examples of the use of SAR interferometry on displacement fields of small spatial extent [J]. Geophysical Research Letters, 1996, 23 (24): 3579-3582.
- [14] 朱建军,杨泽发,李志伟. InSAR 矿区地表三维形变监测与预计研究进展[J]. 测绘学报, 2019, 48 (2): 135-144.
- ZHU Jianjun, YANG Zefa, LI Zhiwei. Recent progress in retrieving and predicting mining-induced 3D displacements using InSAR[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2019, 48(2): 135-144.
- [15] GABRIEL A K, GOLDSTEIN R M, ZEBKER H A. Mapping small elevation changes over large areas: differential radar interferometry [J]. Journal of Geophysical Research, 1989, 94(B7): 9183-9191.
- [16] 杨俊凯,范洪冬,赵伟颖,等. 基于 D-InSAR 技术和灰色 Verhulst 模型的矿区沉降监测与预计[J]. 金属矿山, 2015(3): 143-147.
- YANG Junkai, FAN Hongdong, ZHAO Weiyong, et al. Monitoring and prediction of mining subsidence based on D-InSAR and gray Verhulst model[J]. Metal Mine, 2015(3): 143-147.